

コンパスと定規を用いた正 n 角形の作図

要旨

本研究は、コンパスと定規のみを用いてさまざまな正多角形を作図することを目的としている。今回、正 12 角形を簡単に作図する方法を見つけることを目的とした。
The objective of this study is to draw a variety of regular polygon by using only ruler and compass. This time, the object is to find a way to draw easily regular dodecagon.

動機・目的

このテーマを設定した理由は、数学が好きで、特に図形分野に関心があったからである。角度を測ることのできないコンパスと定規のみを用いてどのような正多角形が作図できるかという疑問を持った。この研究を通じて図形分野の知識を深め、普段の数学の学習等に生かしていけたらよいと考えている。

方法

使用するもの

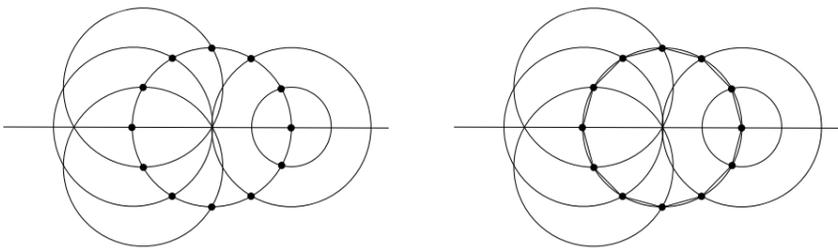
コンパス、定規、紙、鉛筆

(定規の目盛りは用いず、紙は折らないものとする)

1. 頂点となる 12 個の点の位置をより少ない手順で決める方法を探し、その点を結び、正 12 角形を書くものとした。コンパスで印をつける、直線で点を結ぶなど、1 本の線を引く行為を 1 手とする。
2. 辺を書きつつ頂点を取ることが出来る場合、さらに手順を減らすことが可能であると考え、その考えを主において、1. の途中の段階で作図方法を変更しながら繰り返し作図を行った。
3. 2. の作図によってできた 12 角形が正 12 角形であることを証明した。

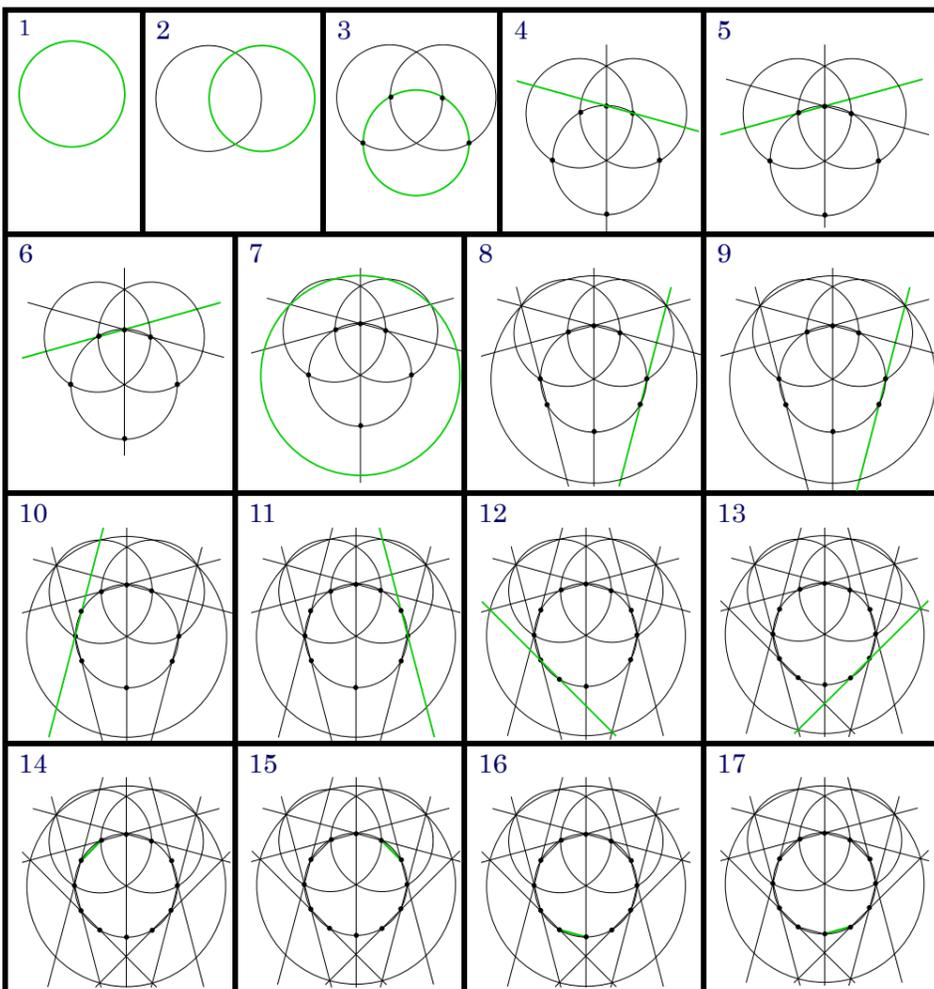
結果 1

12 個の頂点を最小の手順で決める方法であるといえる。
ここまでで 7 手である。
頂点を結んだものは計 19 手である。



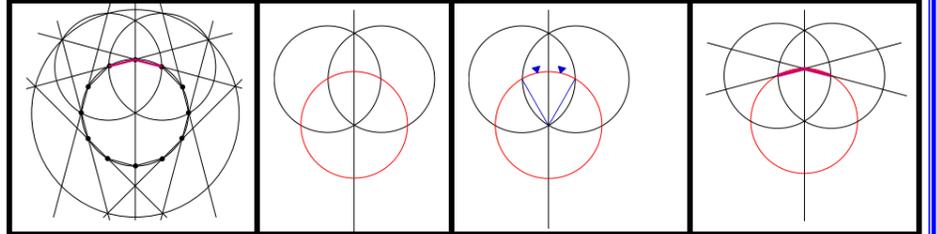
結果 2

この作図は 17 手で書くことができる。これは 2 手減らすことが出来ている。

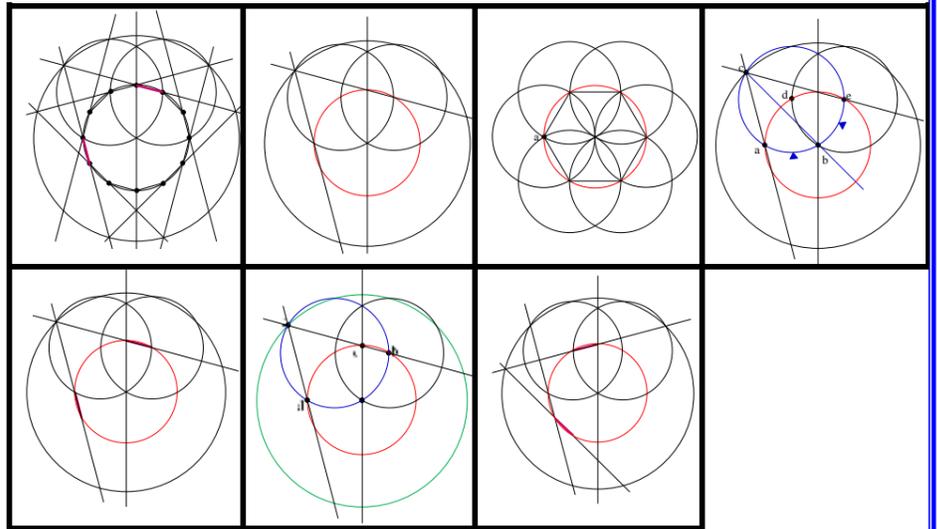


結果 3

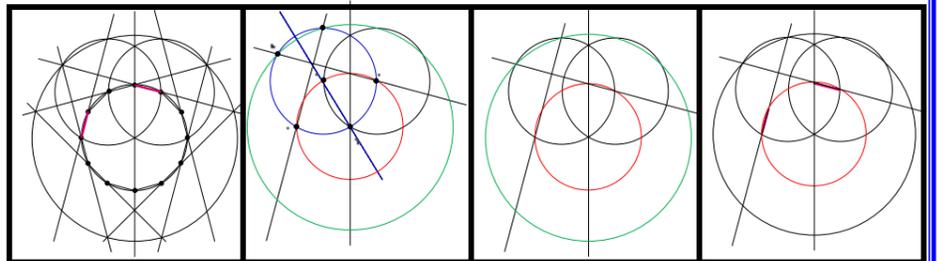
- ① 1、2、3、4、手目を書く。
- ② 2つの円弧は直線に対して対称であり、長さは等しい。
- ③ ゆえにこれらの円弧の両端を結ぶ 5、6 手目を書いたとき、—の長さは等しくなる。



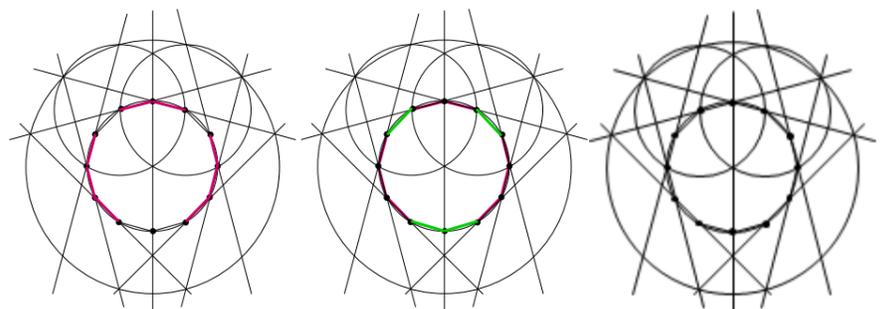
- ① 1、2、3、4、5、7、8 手目を書く。
- ② 点 a は正 6 角形の頂点の 1 つであるため、正 12 角形の頂点である。また、円弧の長さは等しいから、点 b と点 c を結ぶ補助線は点 d を中心とする円 (青) の円周角である $\angle ace$ を 2 等分する。
- ③ ゆえに—の長さは等しくなる。



- ① 1、2、3、4、5、7、10 手目を書く。
- ② 点 a は基準円 (赤) とその周りの円 (緑) の中心、点 b は円 (青) の中心であるから、基準円 (赤) と円 (青) との交点である点 c、d は点 ab を結んだ補助線に対して対称である。
また同様に、円 (青) と周りの円 (緑) の交点である点 e、f は対称である。
- ③ ゆえに—の長さは等しくなる。



—の長さはすべて等しい。またこれらから正 12 角形の頂点がすべて確定したため、それらを結んだ残りの 4 辺—と—の長さは等しい。



考察

今回、正 12 角形を少ない手順で書くことを極めることができた。頂点を最小で取ることだけでは作図が最小になるわけではないということが分かった。